Universität Karlsruhe (TH) Prof. Dr. Wim de Boer
Institut für Experimentelle Kernphysik Dr. Jörg R. Hörandel

Übungen zur Einführung in die Kosmologie
4. Aufgabenblatt

1. Berechnen Sie den Umfang U einer Hyperkugel, d.h. einer Kugel in einem gekrümmten Raum, mit Eigenradius a in einem dreidimensionalen Raum konstanter Krümmung K. Die Metrik eines Raumes mit konstanter Krümmung K ist in Polarkoodrinaten r, θ, ϕ:

$$\Delta s^2 = \frac{\Delta r^2}{1 - Kr^2} + r^2 \Delta\theta^2 + r^2 \sin^2\theta \Delta\phi^2$$

2. Zeigen Sie, daß die Winkelsumme in einem sphärischen Dreieck, d.h. einem Dreieck auf einer Kugeloberfläche, zwischen 180° und 900° liegt.

3. Leiten Sie die Gleichungen

$$S(t) \propto H^{-1} \cosh Ht \quad , \tag{1}$$

bei $k = +1$, sowie

$$S(t) \propto H^{-1} \sinh Ht \quad , \tag{2}$$

bei $k = -1$ für die Zeitabhängigkeit des kosmischen Skalenfaktors im deSitter-Modell her.

4. In der Newtonschen Mechanik kann die kosmologische Konstante durch Hinzufügen einer äußeren radialen Kraft

$$F = +\frac{1}{3} m\lambda r \tag{3}$$

auf einen Körper der Masse m im Abstand r vom Ursprung zur Gravitation vereinigt werden. Nehmen Sie an, daß $\lambda = -10^{-20}\,\mathrm{yr}^{-2}$, und daß F die einzige wirkende Kraft sei. Schätzen Sie die maximale Geschwindigkeit ab, die ein Körper erreichen wird, wenn sein Orbit mit der Größe des Sonnensystems (0.5 Lichttage) vergleichbar ist.

Die Aufgaben werden in den Übungen am 26. Mai 2004 um 14:00 im Seminarraum 3/1 besprochen.
Informationen zu den Übungen unter http://www-ik.fzk.de/~joerg/uebungen.html.