Universität Karlsruhe (TH) — Prof. Dr. Wim de Boer
Institut für Experimentelle Kernphysik — Dr. Jörg R. Hörandel

Übungen zur Einführung in die Kosmologie
10. Aufgabenblatt

1. Die Entkopplungstemperatur für Neutrinos ist aus der Vorlesung bekannt, sie hängt von der Zahl der effektiven Freiheitsgrade g_{eff} ab und es gilt $\Gamma/H \propto AT^3/g_{eff}$ mit der mittleren Reaktionsrate Γ.

   Berechnen Sie das Verhältnis der Entkopplungstemperaturen T_D/T_M für Dirac- und Majorana-Neutrinos.

   Berechnen Sie das Verhältnis von Neutronen und Protonen n_n/n_p bei der Entkopplung für beide Neutrinoarten, $T_D = 0.8$ MeV.

   Wie ändert sich der primordiale ^{4}He-Anteil für beide Neutrinoarten? Berechnen Sie $Y_D(^4\text{He})/Y_M(^4\text{He})$.

2. Der Wirkungsquerschnitt für Neutrinos beträgt etwa $\sigma = 10^{-44}\,\text{cm}^2$ pro Nukleon. Berechnen Sie die *mittlere freie Weglänge*

$$\ell = \frac{1}{\sigma\rho}$$

   für Neutrino-Einfang im Zentrum der Sonne ($\rho \approx 100\,\text{g/cm}^3$). Rechnen Sie das Ergebnis in Parsec um, und vergleichen Sie mit dem Radius der Sonne.

3. Zeigen Sie, daß bei adiabatischer Expansion, d.h. $\dot{s} = 0$ und

$$ds = \frac{1}{kt}(d(\epsilon V) + pdV)$$

   die Beziehung

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3}g_{eff}\frac{VaT^3}{k}\right) = 0$$

   gilt.

   Pionen verschwinden unterhalb von 140 MeV durch Annihilation und Zerstrahlung. Zu dieser Zeit erhöht sich die Temperatur der verbleibenden Teilchen als Konsequenz der Entropieerhaltung. Berechnen Sie den Faktor der Temperaturerhöhung.

4. Freie Nukleonen werden bis zu einer Energie von 0.07 MeV den Deuteronen vorgezogen. Wie groß ist das Verhältnis der Anzahl der Photonen, deren Energien die Bindungsenergie des Deuterons von 2.22 MeV übersteigt, zu der Anzahl der Protonen bei 0.07 MeV?

bitte wenden!

5. Anzahl der Neutrinogenerationen
   Am LEP–Speicherring bei CERN werden Z^0-Bosonen bei der Annihilation von Elektronen und Positronen bei einer Schwerpunktsenergie von 91 GeV erzeugt, die dann in Fermionen zerfallen gemäß $e^- e^+ \to Z^0 \to f\bar{f}$. Verifizieren Sie mit den folgenden Meßergebnissen des DELPHI-Experiments die Aussage, dass es genau drei Sorten leichter Neutrinos (mit $m_\nu < m_{Z^0}/2$) gibt. Die Vermessung der Resonanzkurve ergab $\sigma_{had}^{max} = 41.45 \pm 0.31\,\mathrm{nb}$, $\Gamma_{had} = 1738 \pm 12\,\mathrm{MeV}$, $\Gamma_l = 83.27 \pm 0.50\,\mathrm{MeV}$, $M_Z = 91.182 \pm 0.009\,\mathrm{GeV/c^2}$ und $\Gamma_\nu/\Gamma_l = 1.99$. Hier sind alle Quarkendzustände in einer Breite Γ_{had} zusammengefasst, und Γ_l ist die Zerfallsbreite des Z^0 in (einzelne) Leptonen. Die Resonanzkurve wird durch die, aus der Kernphysikvorlesung bekannte, Breit–Wigner–Formel beschrieben:

$$\sigma_{e^-e^+\to Z^0\to f\bar{f}}(s) = 12\pi(\hbar c)^2 \cdot \frac{\Gamma_e \cdot \Gamma_f}{(s - m_Z^2 c^4)^2 + m_Z^2 c^4 \Gamma_{tot}^2}$$

   Diese beschreibt den Wirkungsquerschnitt als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$.

   Leiten Sie den maximalen Wirkungsquerschnitt σ_{had}^{max} für hadronische Endzustände her.

   Leiten Sie eine Formel für die Anzahl der Neutrinosorten N_ν her und berechnen Sie N_ν.

   Schätzen Sie den Fehler von N_ν aus den Meßfehlern ab.

   Hinweis: Die gesamte Breite Γ_{tot} des Z^0 läßt sich darstellen als

$$\Gamma_{tot} = \Gamma_{had} + 3\Gamma_l + N_\nu \Gamma_\nu$$

   und es gilt $\hbar = 197$ MeV fm/c, $c = 1$ und $\Gamma_{tot} = \Gamma_Z$.

Die Aufgaben werden in den Übungen am 7. Juli 2004 um 14:00 im Seminarraum 3/1 besprochen.
Informationen zu den Übungen unter http://www-ik.fzk.de/~joerg/uebungen.html.