Universität Karlsruhe (TH) Prof. Dr. Wim de Boer
Institut für Experimentelle Kernphysik Dr. Jörg R. Hörandel

Übungen zur Einführung in die Kosmologie
11. Aufgabenblatt

1. Anzahl der Neutrinogenerationen
   Am LEP–Speicherring bei CERN werden Z^0-Bosonen bei der Annihilation von Elektronen und Positronen bei einer Schwerpunktsenergie von 91 GeV erzeugt, die dann in Fermionen zerfallen gemäß $e^-e^+ \to Z^0 \to f\bar{f}$. Verifizieren Sie mit den folgenden Meßergebnissen des OPAL-Experiments die Aussage, dass es genau drei Sorten leichter Neutrinos (mit $m_\nu < m_{Z^0}/2$) gibt. Die Vermessung der Resonanzkurve ergab $\sigma_{had}^{max} = 41.45 \pm 0.31\,\mathrm{nb}$, $\Gamma_{had} = 1738 \pm 12\,\mathrm{MeV}$, $\Gamma_l = 83.27 \pm 0.50\,\mathrm{MeV}$, $M_Z = 91.182 \pm 0.009\,\mathrm{GeV/c^2}$ und $\Gamma_\nu/\Gamma_l = 1.99$. Hier sind alle Quarkendzustände in einer Breite Γ_{had} zusammengefasst, und Γ_l ist die Zerfallsbreite des Z^0 in (einzelne) Leptonen. Die Resonanzkurve wird durch die, aus der Kernphysikvorlesung bekannte, Breit–Wigner–Formel beschrieben:

   $$\sigma_{e^-e^+\to Z^0\to f\bar{f}}(s) = 12\pi(\hbar c)^2 \cdot \frac{\Gamma_e \cdot \Gamma_f}{(s - m_Z^2c^4)^2 + m_Z^2c^4\Gamma_{tot}^2}$$

   Diese beschreibt den Wirkungsquerschnitt als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$.

   Leiten Sie den maximalen Wirkungsquerschnitt σ_{had}^{max} für hadronische Endzustände her.

   Leiten Sie eine Formel für die Anzahl der Neutrinosorten N_ν her und berechnen Sie N_ν.

   Schätzen Sie den Fehler von N_ν aus den Meßfehlern ab.

   Hinweis: Die gesamte Breite Γ_{tot} des Z^0 läßt sich darstellen als

   $$\Gamma_{tot} = \Gamma_{had} + 3\Gamma_l + N_\nu\Gamma_\nu$$

   und es gilt $\hbar = 197$ MeV fm/c, $c = 1$ und $\Gamma_{tot} = \Gamma_Z$.

bitte wenden

2. Temperatur der Gravitonen
   Analog zur kosmischen Hintergrundstrahlung können auch Gravitonen als Relikte aus dem Urknall existieren. Gravitonen sind die Austauschteilchen der Gravitation. Die Massenskala für ihre Wechselwirkung ist die Plankmasse m_{Pl}. Die Entkopplungstemperatur der Gravitonen ist $T_{dec} \propto m_{Pl} \propto 10^{19}$ GeV. In der Vorlesung wurde die heutige Temperatur der Neutrinos berechnet. Berechnen sie analog dazu die heutige Temperatur der Gravitonen. Nehmen Sie hierzu an, die effektive Zahl der Freiheitsgrade g_{eff} bei T_{dec} entspricht der Zahl der Freiheitsgrade des Standardmodelles bei hoher Temperatur.

3. Energieproduktion der Sonne
   Die Sonne produziert ihre Energie über Kernfusionsprozesse, die sich in der Summe mit der Reaktionsgleichung $4p + 2e^- \rightarrow\ ^4\mathrm{He} + 2\nu_e$ beschreiben lassen. Dabei wird pro Reaktion eine Energie von 26.7 MeV frei, die praktisch vollständig in Strahlung umgewandelt wird.

   (a) Berechnen Sie die totale Leistung der Sonne aus der Strahlungsleistung am oberen Rand der Erdatmosphäre von $L = 1.4\,\mathrm{kW/m^2}$ in W und MeV/s (Hinweis: Abstand Erde–Sonne $r = 1.5 \times 10^8\,\mathrm{km}$).

   (b) Wieviele Fusionsreaktionen nach obiger Gleichung laufen pro Sekunde ab und wieviel Materie (in kg/s) wird dabei in Energie umgesetzt?

   (c) Wie groß ist der Neutrinofluss (ν_e) auf der Erde? Hinweis: Neutrinos sind elektrisch neutrale Teilchen, die ungehindert aus dem Sonneninneren entweichen und isotrop abgestrahlt werden.

Die Aufgaben werden in den Übungen am 16. Januar 2002 um 14:30 im Seminarraum 9/1 besprochen.
Informationen zu den Übungen: http://www-ik.fzk.de/~joerg/kosmologie.html.